



Sara Peltonen ja Ruut Röpelin

Matematiikka = vieras kieli, suomi = vieras kieli  
— vieras kieli = matikkasuomi

Kasvatustieteen kandidaatintyö

KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA

Teknologiapainotteinen luokanopettajakoulutus



**Kasvatustieteiden tiedekunta**  
**Faculty of Education**

**Tiivistelmä opinnäytetyöstä**  
**Thesis abstract**

Luokanopettajankoulutus		Tekijä/Author Peltonen Sara ja Röpelin Ruut	
Työn nimi/Title of thesis Matematiikka = vieras kieli, suomi = vieras kieli — vieras kieli = matikkasuomi			
Pääaine/Major subject Kasvatustiede	Työn laji/Type of thesis Kadidaatintyö	Aika/Year 2016	Sivumäärä/No. of pages 33
Tiivistelmä/Abstract <p>Tässä tutkielmassa tutkimme kielitaidon vaikutusta matematiikan oppimiseen. Matematiikan oppiaineesta ajatellaan yleisesti universaalina tieteenä, joka on samanlaista kaikkialla. Matematiikan kielestä voidaan olla montaa mieltä, juuri matematiikka voi tuntua vieraalta, vaikkei kieli aiheuttaisikaan minkäänlaista estettä. Matematiikan termistöä ei puhuta tai käytetä lasten muussa arkielämässä, eivätkä käsitteet ja sanasto välttämättä ole tuttua koulun ulkopuolelta. Tämän tutkimuksen yhteydessä löysimme useita viitteitä siitä, että matemaattinen ilmaisutapa on myös kulttuurisesti muotoutunutta johtuen kielestä ja sen suomista mahdollisuuksista, perinteistä ja totutuista tilanteista.</p> <p>Tutkimuksemme perusteella voidaan päätellä, ettei suomen kielen oppiminen sinällään aiheuta oppilaille mitään ylimääräistä kielellistä taakkaa, ja että minkä tahansa luonnollisen kielen oppiminen vaatii kognitiivista ponnistelua. Matematiikan oppimisen kannalta tulisi suomi toisena kielenä -oppilaita opettaessa huomioida sanaston merkitys. Kielen ja sanaston oppimisessa muisti on keskeisessä osiossa ja tutkimuksessa tarkastelimme erityisesti työmuistin toimintaa matematiikan ja kielen oppimisen kannalta.</p>			
Asiasanat/Keywords: Matematiikan kieli, matematiikan kieli suomi toisena kielenä			

## Sisältö

<b>Johdanto.....</b>	<b>1</b>
<b>1 Tutkimuskysymykset ja tutkimuksen tavoite .....</b>	<b>4</b>
<b>2 Kielen oppimiseen liittyviä käsitteitä .....</b>	<b>5</b>
2.1 Kieli järjestelmänä ja kielen oppimisen historiaa .....	5
2.2 Kielenoppiminen.....	6
2.3 Kielen oppimisen käsitteitä.....	7
<b>3 Suomi toisena kielenä .....</b>	<b>9</b>
<b>4 Mitä on matematiikka .....</b>	<b>11</b>
4.1 Lukuaisti .....	11
4.2 Matemaattinen ajattelu.....	12
4.3 Matematiikan kieli .....	14
<b>5 Työmuisti.....</b>	<b>17</b>
5.1 Fonologinen silmukka ja visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö .....	19
5.2 Työmuisti ja matematiikka .....	21
5.3 Pohdintaa .....	22
<b>6 Sanasto.....</b>	<b>24</b>
6.1 Sanaston oppiminen .....	24
6.2 Matematiikan sanasto.....	25
6.3 Pohdintaa .....	27
<b>7 Johtopäätökset .....</b>	<b>31</b>
<b>8 Jatkotutkimus .....</b>	<b>33</b>
<b>Lähdeluettelo .....</b>	<b>34</b>



## Johdanto

Tässä tutkielmassa tutkimme kielitaidon vaikutusta matematiikan oppimiseen. Aiheen ajankohtaisuus muuttui todella konkreettiseksi, kun pakolaisten määrä kasvoi äkillisesti syksyllä 2015 synnyttäen keskustelua pakolaistilanteesta Oulussa ja koko Suomessa. Aihe oli virinnyt jo paljon aikaisemmin kandidivaiheen harjoittelun aikaan, kun Ruutin luokalla somalinkielinen oppilas kaipasi apua matematiikan käsitteiden kanssa. Aihetta pohdittaessa kävi ilmi, ettei suomi toisena kielenä -oppilaiden matematiikan oppimisesta ole kovinkaan kattavasti tutkimusta.

Tutkimustieto olisi tarpeen myös vuoden 2012 PISA-tutkimuksen tulosten valossa. PISA-tuloksissa on ilmennyt, että maahanmuuttajille matematiikka on haastava kouluaine, vaikka matematiikka-ahdistusta ei maahanmuuttajilla esiinny samalla tasolla kuin kantasuomalaisilla. Lisäksi maahanmuuttajat kokevat muuten viihtyvänsä koulussa jopa suomalaisia paremmin. Koulutuksen tutkimuslaitoksella ei ole antaa vastauksia, mitkä kokeessa kartoittamattomat tekijät voivat olla syynä huolestuttaviin PISA-tuloksiin. (Koulutuksen tutkimuslaitos. 2014.) On oletettavaa, että kielellä on suuri vaikutus kaikkien kouluaineiden hallinnassa maahanmuuttajaoppilailla. Onkin siis mielenkiintoista selvittää kielen merkitystä matematiikan oppiaineessa, jossa kieli ei ole pääroolissa, vaikka opetustilanteissa kielen asema on keskeinen.

Kielen oppimisen tutkiminen oppiainekontekstissa on perusteltua, sillä kuten Aalto ja Turkia (2009) toteavat artikkelissaan, kieltä ei opita kontekstista irrallaan. Kieli on heidän mukaansa oppimisen väline ja oppiaineet taas kielen oppimisen väylä. Tämä todetaan myös perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004). Lisäksi jokaisella oppiaineella on oma tapansa jäsentää maailmaa ja tietoa, sillä eri aineiden sisältöjen tiedon luonteet ovat erilaisia. Ne voivat poiketa oppilaan aikaisemman koulutaustan tavasta jäsentää oppiainetta. Maahanmuuttaja oppilaan on sosiaalistuttava meidän kulttuurimme ja koulujärjestelmämme tapaan käsitellä ja käsittää oppiaineet ja niiden sisällöt kielellisen informaation ohella. Oppiaineiden kulttuurisesti muodostuneesta oppisisällöstä voidaan tehdä monenlaisia kysymyksiä ja pohdintoja.

Matematiikan oppiaineesta ajatellaan yleisesti universaalina tieteenä, joka on samanlaista kaikkialla. Matematiikan tieteellisen perinteen ja kouluissa toteutettavan opetuksen ajatellaan toimivan kieli- ja kulttuurieroja murtavalla yhtenäisellä matematiikan kielellä. Matematiikan kielestä voidaan olla montaa mieltä, juuri matematiikka voi tuntua vieraalta, vaikei kieli aiheuttaisi minkäänlaista estettä. Matematiikan termistöä ei puhuta tai käytetä lasten muussa arkielämässä eivätkä käsitteet ja sanasto välttämättä ole tuttua koulun ulkopuolelta. Tähän aiheeseen ovat ottaneet kantaa Thompson ja Rubenstein (1987). Heidän mukaansa matematiikka saatetaan kokea vieraana kielenä, jota oppilas ei joudu kohtaamaan vapaa-ajalla. Thompsonin ja Rubensteinin (1987) tarkastelemassa tilanteessa muu opetuskieli on oppilaille tuttua ja uusista käsitteistä rakennetaan ymmärrystä kielen avulla.

Kuinka suu pannaan, kun sekä kieli että oppiaines ovat vieraita? Nissilä, Martin, Vaarala ja Kuukka (2006) esittävät, että suomi toisena kielenä -oppilas joutuu ponnistelemaan sekä kielen että tietojen osalta. Oppiminen toisella kielellä edellyttää reaaliaikaista kielitaitoa ja käsitteiden oppimista, mutta tällaisen kielitaidon saavuttaminen vaatii aikaa. Opettajaopiskelijoilla on Silfverbergin, Portaankorva-Koiviston ja Yrjänäisen (2005) mukaan erilainen käsitys asiasta. Aineenopettajakoulutuksen opiskelijoille suunnatussa kyselyssä kartoitettiin opiskelijoiden käsitystä matematiikasta kielenä ja opittavana aineena. Keskimäärin opiskelijat olivat sitä mieltä, että matematiikka on kielirajat poistava kieli eikä aiheuta maahanmuuttajille suurempia vaikeuksia.

Kielen oppimiseen liittyvät piirteet ovat tutkimuksemme keskiössä ja koetamme selvittää, millainen prosessi kielen oppiminen on ja mitä kieli ja matematiikka oikeastaan ovat. Tutkimuksemme edetessä huomasimme, että kieli on monimutkainen systeemi eikä matematiikka poikkea siitä kovinkaan paljon. Cocking ja Mestre (1988) ovat sitä mieltä, että sekä matematiikka että kieli ovat symbolijärjestelmiä. Heidän mukaansa matematiikka on kieli itsessään ja siksi kielenoppimisen näkökulma on tärkeä tarkasteltaessa useita matematiikan esitysmuotoja.

Jäppinen (2003) kirjoittaa tutkimuksestaan CLIL-opetuksen vaikutuksista oppilaiden kognitiiviseen kehitykseen. CLIL-opetus tarkoittaa jonkin oppiaineen vieraalla kielellä tapahtuvaa opetusta. Jäppisen tutkimuksessa huomattiin, että vieraskielisellä opetuksella on oppilaiden kognitiiviselle kehitykselle hyviä seurauksia, ja matematiikan vieraskielinen oppiminen voi olla jopa oppimista tukevaa. Kuitenkin Jäppinen arvio tutkimuksensa jälkeen,

että vieraalla kielellä oppijan tulisi omata tietyt perusvalmiudet oppimiselle, eikä vieraskielinen opetus näin ollen ole koulu-uraansa aloittaville se oikea ratkaisu.

Suomea toisena kielenä opiskelevat lapset eivät saa useinkaan itse päättää opiskelevansa vieraalla kielellä. Suomea toisena kielenä opiskelevat muodostavat erittäin heterogeenisen joukon, sillä Suomeen muutetaan niin naapurimaista ja muista pohjoismaista työn ja perheen perässä kuin kauempaakin levottomuuksien ja turvattomuuden vuoksi. Suomea toisena kielenä opiskelevien koulutustausta vaihtelee lukutaidottomuudesta korkeatasoiseen koulutukseen. Jäppinen (2001) kuitenkin korostaa, että vaikka vieraskielinen oppiminen on aluksi oppimista hidastavaa, tilanne kääntyy ajan kanssa lähes päinvastaiseksi. Oppijat kirivät kognitiivisissa taidoissaan sekä omaksuvat lisäksi erilaisia hyödyllisiä oppimis- ja opiskeluvalmiuksia vieraskielisessä opetuksessa.

Karlssonin (2008) mukaan kulttuuri ja sen kieli ovat toisistaan erottamattomat. Tämän takia myös kielen tutkimus on erilaista eri maissa ja erilaisissa kulttuureissa. Tällä periaatteella omassa tutkimuksessamme koetammekin selvittää yleistä kielen oppimisen teoriaa, mutta huomioiden suomen kielen erityispiirteet. Erityisesti haluamme kiinnittää huomiota matematiikan ja kielen sekä matematiikan kielen ja matematiikan suhteeseen.

## 1 Tutkimuskysymykset ja tutkimuksen tavoite

Tutkimuksessa pyrimme löytämään vastauksia esimerkiksi siihen, millaisia järjestelmiä ovat matematiikka ja kieli. Kuinka universaalia matematiikka loppujen lopuksi on? Lisäksi otamme sanaston lähempään tarkasteluun. Yksi tutkimuksemme päätavoitteista on päästä ymmärtämään, miten oppilas kokee vieraalla/toisella kielellä oppimisen. Koetamme selvittää, millaisen kognitiivisen kuormituksen keskellä oppilas joutuu ponnistelemaan erityisesti muistin kannalta kun hän opettelee matematiikkaa vieraalla kielellä. Tutkimme asiaa teoriakatsauksen avulla. Tutustumme olemassa oleviin tutkimuksiin ja vertailemme ja yhdistelemme niistä saamaamme tietoa.

Tutkimuskysymyksemme ovat:

- Mitä vaikutusta kielellä on matematiikan oppimiseen s2-oppilailla?
- Mikä on sanaston ja muistin merkitys matematiikan oppimisessa?



## 2 Kielen oppimiseen liittyviä käsitteitä

Kieli on systeeminä melko monimutkainen ja moniulotteinen. Kuitenkin pienet lapset oppivat sen vaivattomasti, ilman tietoista ponnistelua. Mikä tekee kielen oppimisen ja toimivan ja riittävän kielitaidon saavuttamisen myöhemmin niin vaikeaksi? Oman tutkimuksemme kannalta keskitymme käsittelemään kielen oppimisen teoriaa ja koetamme selvittää sitä myös lapsen näkökulmasta. Tarkastelemme kielen oppimisen teorian olennaisia seikkoja, jotka ottavat huomioon tiedostamattoman ja tiedostetun oppimisen sekä muutamia kielen opettamiseen liittyviä käsitteitä.

### 2.1 Kieli järjestelmänä ja kielen oppimisen historiaa

Kieli koostuu osajärjestelmistä, jotka ovat *semantiikka*, *fonologia*, *leksikko* ja *syntaksi*. *Fonologia* tarkoittaa äännerakenteen tutkimusta. Siitä on eriytynyt oma tutkimuksen alansa *fonetiikka*, joka keskittyy äänteiden tutkimiseen. *Semantiikka* on merkityksien tutkimusta. *Leksikko* tarkoittaa sanaston ja sanavaraston osajärjestelmää. Sanojen sisäisen rakenteen tutkimuksesta puhutaan *morfologiana*, ja lauserakenteen erittelyä kutsutaan *syntaksiksi*. (Karlsson, 2008).

Mitchell ja Myles (1998) sekä Dulay, Burt ja Krashen (1982) kirjoittavat, kuinka Chomskyn (1957) ajatukset kielen oppimisesta mullistivat aikansa kielenoppimisen käsitystä. Chomsky esitti, että ihminen oppii kielen muun kehityksen ohella, ja että ihmisellä on ikään kuin kielen oppimisesta vastaava yksikkö. Chomskyn (1957) teoriassa merkittävää oli huomion kiinnittäminen oppijan ikään ja kehityksen vaiheisiin kielen oppimisen kannalta. Tähän liittyy käsitys universaalista kieliopista tai universaalista kielestä. Universaali kielioppi on teoria siitä, kuinka ihmismielelle on ominaista muodostaa samankaltainen mielikuva kielestä yksilöstä riippumatta. Typologinen universaali on tästä kehitelty erillinen teoria, joka vertaa kielen samankaltaisuuksia ja lähestyy aihetta täten ulkokohtaisemmin. (Ellis.2008.) Myös Martin (1995) on samaa mieltä siitä, että kielen oppimiseen liittyy tietynlaisia säännönmukaisuuksia kulttuurista riippumatta. Kielen oppimisen voidaan hänen mukaansa nähdä kognitiivisten prosessien ja strategioiden jatkumona. Oppimisen ja kommunikoinnin strategiat ja prosessit ovat samanlaisia kautta maailman ja niitä seuraavat eriytyneet kielen oppimisen strategiat.

Kielen oppimisen teorioissa on esiintynyt monenlaisia suuntauksia. Kehitys on ollut yhteydessä muidenkin tieteen alojen tutkimusten trendeihin. Behavioristisesta tutkimusperinteestä on siirrytty sosiokulttuurisempaan suuntaan. Monista asioista ollaan edelleen eri mieltä ja tutkimusta vaaditaan näiltä alueilta lisää. Esimerkiksi selkeä linjan jakaja tutkimuksessa on ollut tietoisien oppimisen ja tiedostamattoman omaksumisen painottuminen tutkimuksessa 1980-luvulla. Toisen kielen oppimista on tutkittu monesta näkökulmasta. Tutkimukset ovat keskittyneet ensimmäisen kielen vaikutuksiin toisen kielen oppimisessa, kielen käyttäjän virheanalyysiin ja oppimisen "*erroreih*i". Myös toista kieltä tutkittaessa on keskitytty ensimmäisen kielen haitta- ja myötävaikutuksiin uuden kielen oppimisessa. Lisäksi aiheeseen liittyen on tehty erilaisia neurologisia selvityksiä aivot toiminnan prosesseista (Ellis 2008; Mitchell & Myles, 1998).

## 2.2 Kielenoppiminen

Chomskyn ajatukset lapsen kasvaessa kehittyvästä ja aikuistuen surkastuvasta kieliyksiköstä synnytti kimmokkeen ja loi pohjan tutkimuksille, jotka selvittivät ensimmäisen kielen, äidinkielen, oppimista vertaillen sitä vieraan kielen omaksumiseen (Mitchell & Myles, 1998). Krashen (1981) esittää, että toisen kielen omaksuminen on merkityksellisiltä osiltaan samankaltainen prosessi kuin ensimmäisen kielen oppiminen. Krashenin mukaan omaksuminen on mahdollista myös aikuisilla. Chomskyn (1957) teoriassa omaksumista tapahtuu niin kauan kuin lapsen kielimoduuli on kehitysvaiheessa. Kun saavutetaan puberteetti, kielen omaksuminen ei ole enää samalla tavalla mahdollista. Vaikka lapsella on toisen kielen oppimisessa samankaltaisuuksia ensimmäisen kielen oppimiseen, eivät prosessit kuitenkaan etene täysin samassa järjestyksessä kirjoittaa Krashen (1981) tutkimuksestaan Butlerin, Birnbaumin ja Robertsonin kanssa vuonna 1978.

Myös Ellis (2008) esittää, että ensimmäisen kielen oppiminen seuraa tiettyä kaavaa. Ensin lapsi tuottaa joitain sanoja, joilla he kuvaavat suurempia asiakokonaisuuksia. Tästä eteenpäin he tuottavat muutaman sanan äänteitä ja samalla omaksuvat syntaksisia ja morfologisia sääntöjä. Myös aikuisilla kielenoppijoilla on nähtävissä erilaisia vaiheita kielen oppimisessa. Nissilä, Martin, Vaarala ja Kuukka (2006) vertaavat lapsen ja aikuisen kielenoppimisprosesseja todeten, että ne eroavat toisistaan. Prosessien erot johtuvat erilaisista kokemuksista ja erilaisista oppimisen tavoista. Lapsi omaksuu helpommin äänteitä ympärillään vallitsevasta viriketulvasta ja muistaa asioita ulkoa. Aikuinen taas pystyy tietoisesti hyö-

dyntämään oppimistekniikoita ja strategioita. Lisäksi lapsella ei ole vielä elämäkokemusta tai niin sanottua maailman tietoa, jonka avulla hän voisi käsitellä ja tulkita vierasta kieltä.

### 2.3 Kielen oppimisen käsitteitä

Ellis (2008) esittää myös kielen oppimisen teoriaan liittyvän ristiriidan, joka usein otetaan esille lapsen ja aikuisen kielen oppimisen eroista puhuttaessa. Tutkijat eivät ole päässeet yksimielisyyteen käsitteistä ja termeistä saati kielen oppimisen prosesseista. Kaksi mielipiteitä jakavaa termiä ovat omaksuminen ja oppiminen. Tutkijoiden joukossa on erimielisyyksiä siitä, tapahtuuko toisen kielen oppiminen ilman tietoista ponnistelua omaksuen vai tietoisesti oppien. Muun muassa kielen omaksumisen teoriaa on arvosteltu väitteellä, voiko oppimista tapahtua ilman tietoista vaivannäköä. Nykyään näkemykset ovat muuttuneet siihen suuntaan, että kieltä opitaan sekä omaksuen että oppien, ja koulumaisella *näkyvällä* (explicit) opetuksella voidaan tehostaa kielen oppimista. Martin (1995) kirjoittaa, että yksilö voi hyödyntää erilaisia tietoisia strategioita opitellessaan kieltä, eli kielen oppiminen on muutakin kuin pelkkää omaksumista.

Tietoisien ja tiedostamattoman oppimisen termeihin liittyy läheisesti toisen kielen oppimisessa käytettävät termit; niin sanotut *syötös* (input) ja *tuotos* (output). Syötöstä kuvaavat kaikki ne kielelliset kontekstit ja muodot, joissa oppija altistuu opittavalle kielelle. Esimerkiksi Dulayn, ym. (1982) ja Chomskyn (1957) mukaan kielen oppimiseen vaaditaan vain hyvin pieni määrä syötöstä, sillä kielikeskus pitää huolen kielen oppimisesta. Viime aikoina on tutkittu muun muassa, millainen syötös edistäisi oppimista parhaiten. Tähän on monenlaisia mielipiteitä syötöksen laadusta ja tietoisuuden tasosta, mutta emme tässä keskity siihen.

Myös Krashen (1985) on ollut suuri vaikuttaja kielen omaksumisen ja oppimisen teorioiden kehittämisessä. Hän on tutkinut etenkin kieliympäristöä, jossa oppija altistuu erilaisille syötöksille ja tuottaa puhetta tai ilmaisee itseään muuten kielellisesti. Krashenin (1985) tutkimuksien mukaan tiedostamaton ja tietoinen oppiminen eivät ole paikkaan sidottuja. Tällä hän tarkoittaa, että niin koulussa kuin muissakin elämän vuorovaikutus- ja kielenkäyttötilanteissa oppiminen voi olla tietoista ja tiedostamatonta. McLaughlin (1987) kertoo Krashenin teoriasta *The Input Hypothesis*, jonka mukaan vain syötöksellä, jonka kielen oppija ymmärtää, on merkitystä. McLaughlin (1987) kritisoi ankarasti Krashenin (1985)

tutkimusmenetelmiä, mutta myöntää, että kielenopettajat voivat yhtyä hänen ajatuksiinsa kielen oppimisen vuorovaikutteisuuden merkityksestä kielioppikeskeisyyden sijaan. Nagy (1997) osallistuu keskusteluun puoltaen Krashenia. Opetuksellinen lähestymistapa sanaston oppimiseen johtaa vain osittaiseen sanojen tuntemukseen, mutta ymmärrettävä *syötös* (*input*) johtaa hyviin tuloksiin kielen oppimisessa.

*Tuotoksella* tarkoitetaan oppijan tuottamaa kieltä. Muun muassa Krashen (1981) kirjoittaa Ponin kanssa vuonna 1975 tekemästään tutkimuksesta siitä, kuinka yksilö käyttää "monitoria" kieltä tuottaessaan. He kiinnittävät huomiota ihmisten tapoihin ja ominaisuuksiin tarkkailla ja korjata oikeakielisyyttään. Monitori on siis tapa tietoisesti kontrolloida kielellistä esitystään. Aiheeseen liittyvää tutkimusta ovat myös kielten väliset (*interlanguage*) tutkimukset, jotka tarkastelevat oppijan kieltä eli oppijan omaa versiota kohde kielestä. Martin (1995) kirjoittaa, että kielen oppimisen prosessi on ongelmanratkaisua ja että "*interlanguage*" edustaa tämän prosessin eri vaiheita. Sekä lapsen että aikuisen oppijan kielessä tyyppillistä on yksinkertaistettu rakenne ja merkityksien yleistäminen (Ellis 2008).

Kielen oppimisen tavoitteita voidaan ajatella monella tavalla, ja oppimisen tavoite kertoo oppijan tai yhteisön kielikäsitteestä. Kielikäsite muodostuu ymmärretystä kielitaidosta ja tavoiteltavasta kielestä. Sitä tarkasteltaessa on esillä yleisesti kaksi näkökulmaa: *funktionaalinen* ja *formaalinen*. *Funktionaalisessa* kielikäsitteessä korostuvat vuorovaikutus, ymmärrettävyys ja kielellä toimiminen. *Formaalissa* ajatusmallissa kielen osaaminen puolestaan perustuu kielen sääntöjen ja muotojen hallintaan (Karasma, 2012). Kokkonen ja Tanner (2008) kirjoittavat, että funktionaalisen kielikäsitteen mukaan kieli opitaan ymmärtämään systeeminä. Oppijan tulee kyetä ilmaisemaan itseään ja tekemään itsensä ymmärretyksi jokapäiväisessä elämässä. Esimerkiksi koululaisen kyettävä opiskelemaan kohdekielellä.

### 3 Suomi toisena kielenä

Ellis (2008) kirjoittaa, että toisen kielen ja vieraan kielen opetuksessa ero löytyy yhteiskunnan ja ympäröivän yhteisön kielen sosiaalisesta roolista. Toisen kielen oppimisesta on kyse silloin, kun ympäröivä yhteiskunta toimii opittavalla kielellä, mutta oppijan äidinkieli on jokin muu. Vieraskieli tarkoittaa kieltä, jolla ei ole yhteiskunnallisesti merkittävää asemaa tai jolla ympäröivä yhteisö ei toimi. Vierasta kieltä opitaan vain luokkahuonetilanteissa opettajan johdolla. Tutkielmassamme käytämme termejä kuitenkin melko väljästi kuvaamaan sitä, ettei oppiminen tapahdu omalla äidinkielellä.

Sijapäätteet ja monimutkainen taivuttaminen ovat suomen kielen kuuluisia ominaisuuksia. Karasma (2012) toteaa, että suomen kieli poikkeaa muista indoeurooppalaisista kielistä monella tavalla. White (2010) kuvailee suomen kieltä ulkomaalaisille. Hän toteaa, että suomen kieli monesti tuntuu oppijoista vaikealta siksi, koska se on erilainen kieli. Suomen kielessä merkityksellinen seikka on erityinen morfologia eli sanoja taivutetaan sellaisella tavalla, että sillä on vaikutusta niin syntaksiin kuin puhekielen ymmärtämiseen.

Karlsson (2008) kirjoittaa, että suomen kieli kuuluu uralilaisten kielten sukupuuhun, joka haarautuu suomalais-ugrilaiseen ja samojedilaiseen ryhmään. Suomen kieli on polveilevan ja haarautuvan kielisuvun vesa, kuten viro, liivi ja vepsäkin. Suomen kielen ero indoeurooppalaisiin kieliin on merkittävä, kuten Karlsson (2008) sanoo. Hänen mukaansa seitsemän kymmenestä puhutuimmasta kielestä pohjautuu indoeurooppalaisiin kieliin. Historian tapahtumien ja valtapolitiikan myötä indoeurooppalaiset kielet, kuten englanti ja espanja, ovat saavuttaneet monissa Euroopan ulkopuolisissakin maissa yhteiskunnallisesti merkittävän aseman. Karlsson (2008) kuitenkin huomauttaa, ettei suomen kieli ole sen vaikeampi kuin muutkaan kielet. Hän vertaa suomea englantiin ja toteaa, että kielten "kokonaiskompleksisuus" ja omaksumisen vaativuus ovat melko samanlaiset.

Kielen erilaisuuden ja vaikeuden kokemiseen voi vaikuttaa kohdekielen vertaaminen omaan äidinkieleen. Joskus vertailu voi yllättää, sillä kielen samankaltaisuus ei olekaan automaattisesti myönteinen seikka. Ellis (2008) kirjoittaa kielen siirtovaikutuksen teoriasta (*language transfer*) ja kertoo, kuinka kielen samankaltaisuus että erilaisuus voivat olla hyödyksi toisen kielen oppimisessa. Hän kuitenkin väittää, että oppijat usein kokevat sa-

mankaltaisen kielen oppimisen helpommaksi kuin hyvin erilaisen kielen oppimisen. Myös Laufer (1997) selvittää ensimmäisen kielen vaikutusta toisen kielen oppimiseen. Kyse saat-  
taa olla fonologiasta eli kielen äänneasusta. Lauferin (1997) mukaan lausumisen tuntumien  
vieraalta johtuu oppijan äidinkielestä ja vaikeuttaa täten oppimista. Hankala äänneasu voi  
johtua siitä, ettei toisen kielen äänteitä eroteta toisistaan. Tämä voi johtaa vaikeasti lausut-  
tavien sanojen välttelyyn.

## 4 Mitä on matematiikka

Tutkimuksemme kohteena on matematiikan oppiaine. Matematiikka tieteenä ja oppiaineena on laaja. Useimmille ihmisille matematiikka on numeroiden laskemista eli aritmetiikkaa, mutta se on myös paljon muuta (Sousa, 2008). Tutkielmamme osalta keskitymme kuitenkin suurilta osin juuri aritmetiikkaan, jotta voisimme keskittyä puhtaammin opetuksen ja ajattelun kielellisyyteen. Matemaattisen ajattelun kielellisyys on monimutkainen seikka. Ajattelun kielellisyys on tuttu käsite, mutta onko mahdollista suorittaa matemaattisia prosesseja ilman kieltä? Rickart (1996) esittelee kriittisesti näkökulman, joka esittää että ajattelu olisi kielestä riippuvainen. Hänen mukaansa tällainen näkemys on liian yksinkertainen, sillä se rajaisi monta ajattelun tapaa kokonaan pois.

Taipale (2009) kirjoittaa matematiikan ja kielen kulkevan monessa suhteessa käsi kädessä. Matematiikan oppimisessa on tärkeää ymmärtää termit ja käsitteet oikein, jotta oppiminen voi edistyä. Käsitteiden ymmärrys luo pohjan tulevan materiaalin käsittelemiselle. Laskutoimituksien suorittaminen ei Taipaleen (2009) mukaan ole kovinkaan yksinkertainen kognitiivinen prosessi, vaan käytössä ovat monenlaiset toiminnot ja strategiat. Silfverberg, Portaankorva-Koivisto ja Yrjänäinen (2005) myötäilevät Taipaletta selvittäen, että matematiikan kielenomaisuuteen viittaa myös se, kuinka matematiikan oppimisvaikeuksiin liittyvät usein myös kielelliset seikat. Kieli ja matematiikka perustuvat samoille perustaidoille eli auditiiviselle ja visuaaliselle havaitsemiselle ja kielelliselle kehitykselle. Lisäksi kielellinen ja semanttinen tietoisuus, sanavarasto ja muisti ovat kielen ja matematiikan yhteistä perustaa. Cocking ja Chipman (1988) pohtivat, voiko matematiikan oppiminen olla itsenäinen alue kielen oppimisessa. Esimerkiksi kielivähemmistöjen heikompaa matematiikan menestystä voidaan selittää muun muassa siten, että lapset eivät ymmärrä annettuja ohjeita tai sanallisia tehtäviä. Heikompiin matematiikan tuloksiin voi vaikuttaa myös kognitiivisten kykyjen erot, kuten oppimisnopeus. Myös kognitiiviset tyylit voivat olla erilaisia eri kulttuureissa.

### 4.1 Lukuaisti

Dehaene (2011) ehdottaa, että jo pienille lapsille on kehittynyt ”lukuaisti”, jolla lapsi tunnistaa suuruuksia. Devlinin (2000) mukaan termin *lukuaisti* (number sense) esitteli ensimmä-

mäistä kertaa Danzig vuonna 1954. Hänen mukaansa lukuaisti tarkoittaa ihmisen kykyä huomata määrällisiä muutoksia pienissä kokoelmissa, kun joukkoon henkilön tietämättä lisätään tai siitä poistetaan asioita. Devlin (2000) itse ehdottaa, että lukuaisti koostuu kahdesta osasta: kyvystä verrata kahden eri kokoelman suuruutta samanaikaisesti sekä kyvystä muistaa esitettyjen esineiden määrä. Lukuaistia voisi kuvata myös eräänlaiseksi aivoihin ankkuroiduksi komponentiksi, joka on erikoistunut määrien havaitsemiseen ja niiden numeeriseen esittämiseen (Dehaene, 2011). Lukuaisti kuitenkin menettää tarkkuuttaan mitä suuremmista määristä esineitä on kysymys. Dehaenen (2011) mukaan ihminen voi tarkasti havaita joukkoja, joiden koko on alle neljä. Devlinin (2000), Dehaenen (2011) ja Sousan (2008) mukaan lukuaisti on kyky, joka ihmisellä on syntymästä saakka. Esimerkiksi noin vuoden ikäinen vauva voi erottaa, onko esineitä kaksi vai kolme (Dehaene, 2011). Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että lapsi osaisi ilmaista ja ymmärtää sanallisia ja symbolisia lukuja.

Sousa (2008) esittelee teoksessaan Griffinin (2002) luoman mallin lapsen lukuaistin ilmaantumisesta. Tässä mallissa lapsi tunnistaa aluksi visuaalisesti pienissä ryhmissä olevia esineitä ja niiden määrää. Kun esineiden määrä alkaa kasvaa, siirrytään seuraavaan vaiheeseen, jossa esineitä aletaan laskea sanallisesti luvuilla. Kolmannessa ja viimeisessä vaiheessa siirrytään lukujen sanallisesta kirjoittamisesta symbolien kirjoittamiseen, mikä mahdollistaa lukujen käsittelyn ja manipuloinnin. Aluksi siirtyminen vaiheesta toiseen on lineaarinen, mutta taitojen kehittyessä lapsi pystyy käyttämään kaikkia vaiheita tarvittaessa (Sousa, 2008). Lukuaistiin voidaan sisällyttää myös Sousan (2008) kutsuma *mentaalinen lukusuora* (mental number line), joka on ikään kuin rajatun intuition luvuista tarjoava ihmisen sisäinen lukusuora. Mentaalisen lukusuoran sanotaan olevan rajattu esimerkiksi siksi, että lukujen suuruuserojen vertailu vaikeutuu, kun vertailtavat luvut lähenevät toisiinsa tai kasvavat (Sousa, 2008, Dehaene, 2011). Esimerkiksi on helpompaa ja nopeampaa sanoa kumpi luvuista 6 ja 12 on suurempi, kuin luvuista 5 ja 6 tai luvuista 453 ja 457.

## 4.2 Matemaattinen ajattelu

Sternberg (1996) esittelee matemaattisesta ajattelusta muodostamansa teorian (1985), joka ei eroa olennaisesti kielellisestä ajattelusta. Teoria on nimeltään *kolmitahoinen teoria* (triarchic theory), ja siihen liittyy useita alateorioita. Sternberg ottaa esille matematiikan



prosessointiin vaadittavia kognitiivisia seikkoja ja antaa esimerkit, kuinka samoja prosesseja hyödynnetään myös kieltä tuotettaessa ja käytettäessä. Silfverberg, ym. (2005) kirjoittavat yhtenevästi, että matematiikan oppimisessa on kielenkin oppimiseen liittyviä piirteitä. Matematiikkaa opitaan opiskelun ohella spontaaneissa ja vuorovaikutukseen perustuvissa yhteyksissä. Matematiikkaa voi oppia passiivisesti lukemalla ja kuuntelemalla sekä aktiivisesti kirjoittamalla ja puhumalla. Matemaattisen ajattelun intuitiivisesta näkökulmasta kirjoittaa myös Rickart (1996). Hänen mukaansa lapsella on samankaltainen taipumus oppia numeroita ja niiden rakenteita kuten kieltä. Matemaattinen oppiminen ja kehittyminen ovat tietysti hieman erilaisia prosesseja kuin kielellinen ja jäävät usein huomiotta kielen oppimisen ollessa ensisijainen lapsen kannalta.

Rickart (1996) pohtii, mikä on ajatusten perimmäinen materiaali, ja toteaa, että laajemmin tunnetaan teorioita ajattelun kielellisyydestä. Myös Miller ja Paredes (1996) esittelevät hypoteesin (*Sapir-Whorf*), jonka mukaan kieli on reflektio ajattelun rakenteesta. Nimenomaan ajattelun rakenteet ovat Rickartin huomion keskiössä, mutta kielen osuutta ajatteluun hän erittelee monelta kannalta. Hänen mukaansa kieli on vain yksi ajattelun muodoista joka saattaa yhtälailla helpottaa kuin vaikeuttaa ajattelua. Kielen rakenteet voivat nimittäin olla täysin erillisiä matemaattisiin rakenteisiin ja tarkoituksiin nähden.

Myös Sternbergin (1996) mukaan jotkin eriytyneemmät toiminnot ja tarkemmat sisällöt ovat puhtaasti matemaattisia, ilman selvää yhteyttä kielellisiin prosesseihin. Tällaista matemaattista ajattelua edustavat laskutoimitukset kuten kertominen. Lisäksi Sternberg (1996) mainitsee, että on luonnollista, että matematiikka vaatii erilaisia mentaalisia toimintoja kuin kieli, sillä numerojärjestelmä on erilainen ja erillinen kielisysteemiin verrattuna.

Matemaattisen ajattelun erityisyydellä Rickart (1996) viittaa ajattelun puhtaaseen abstraktiuteen ja perustumiseen matemaattisiin rakenteisiin. Silfverberg ym. (2005) kirjoittavat, että matemaattinen esitystapa on eriytynyt tyyliltään niukkuutta ja johdonmukaisuutta arvostavaksi järjestelmäksi. Sille on tyypillistä persoonattomuus ja ajattomuus, vaikka matematiikan kieli onkin altis kulttuurin ja kielen muutoksille. Sternberg (1996) kuitenkin mainitsee myös luovuuden. Matemaattinen ajattelu sisältää nimittäin mahdollisuuden luovuudelle ja intuitiolle sen ohella, että joudutaan kunnioittamaan matematiikan luonteeseen liittyviä sääntöjä ja tarkkuutta. Oivaltava ajattelu kukoistaa kuitenkin parhaiten, kun se valjastetaan kurinalaisuuden kehittämiseen. Sternberg (1996) osoittaa lisäksi matemaatti-

sen ajattelun ja matematiikan sisällöllisen laajuuden huomauksellaan, ettei yhden alueen hallitseminen ei tarkoita matemaattisen ajattelutavan kaiken kattavaa ymmärrystä. Esimerkiksi geometria ja todennäköisyyslaskenta vaativat hyvin erilaisia ajattelutapoja ja kognitiivisia prosesseja.

Matemaattisen ajattelun kielellisyys on monimutkainen seikka. Rickart (1996) kuvaa, kuinka matematiikassa symbolijärjestelmä ja sisältö kulkevat niin erottamattomasti yhdessä, ettei niitä voi oppia toisistaan erillään. Tästä syystä voikin olla vaikeaa eritellä matemaattisen ajattelun kielellistä ainesta muusta sisällöstä. Silti matemaattinen kieli on selvästi eriytynyttä arkikielestä, ja matemaatikko voi kokea vaikeaksi selittää luovaa matemaattista ajattelua henkilölle, joka ei ole aiheen suhteen yhtä valveutunut. Samaa mieltä ovat Silfverberg, Portaankorva-Koivisto ja Yrjänäinen (2005). Heidän näkemyksensä mukaan matemaattiset tehtävät tulee esitellä niin kielellisesti kuin matemaattisestikin. Heidän mukaansa ryhmässä, jonka kaikilla oppilailta on sama äidinkieli, voi olla ongelmana se, kuinka paljon kieltä käytetään matematiikan tukena. Kieltä ei tule vältellä, sillä muuten sen rakenteita ja ominaisuuksia ilmaisutapoja ei saavuteta. Toisaalta silkka kielentämisen pyrkimys on myös vanhanaikainen eikä verbaalinen ilmaisu ole välttämättä helpommin ymmärrettävä kuin symbolinen.

Monet opettajat käyttävät hyväksi sanallista muistia, ja esimerkiksi kertotauluja opetellaan usein luettelemalla lasku ja sen vastaus (Dehaene, 2011). Tämä johtaa siihen, että laskeminen tulee sidotuksi kieleen, jolla koulua käydään (Dehaene, 2011). Myös Yrjönsuuri (2004) kirjoittaa, että matematiikan tehtävien ratkaisuun kuuluu vaiheita, joissa siirrytään kielellisestä muodosta symboliseen. Verbaalinen esitysmuoto siis muunnetaan matematiikan kielelle. Reaalimaailma on konteksti, jossa tehtävä esitetään ja tulosta käytetään, mutta matematiikka toimii merkitysympäristönä, jossa lauseilla ja kaavoilla ikään kuin tiivistetään haluttu ilmaus.

### 4.3 Matematiikan kieli

Kuten kieli, myös matematiikka on kulttuurisidonnaista ja jo matemaattinen ajattelu muotoutuu tämän kulttuurisen ja kielellisen perinteen antamien mahdollisuuksien mukaisesti.

ti. Miller ja Paredes (1996) rinnastavat matematiikan ja kirjoitetun kielen esittävinä systeiminä. Matemaattiselle ilmaisulle on tärkeää sukupolvelta toiselle rakentuneet ja eteenpäin siirtyneet perinteet ja menettelytavat. Tämä tekee matematiikasta myös kulttuurista. Niin ikään Saxen, Dawson, Fall ja Howard (1996) kirjoittavat, että eri ryhmät käyttävät erilaisia ilmaisutapoja esittäessään numeerista tietoa ja erilaisia menettelytapoja järjestää symboleja. Miller ja Paredes (1996) kertovat lisäksi, että kulttuuri luo puitteet lapsen matematiikan oppimiselle, sillä jokaisella kulttuurilla on oma tapansa esittää numerot.

Silfverberg ym. (2005) kirjoittavat, että matematiikka on monelle kuin vieras kieli, mutta joillekin jopa luontevin kommunikointiväylä. Puhutun kielen ja matematiikan kielen välinen ero onkin epäselvä. Wakefield (2000) listaa tekijöitä, joiden mukaan matematiikka voidaan nähdä kielenä. Wakefield esittää matematiikan symbolijärjestelmänä, joka toimii ja jota opitaan ja käytetään hyvin samantapaisesti kuin kieltä. Hän mainitsee muun muassa, että kielelle ja matematiikalle on yhteistä abstraktioiden käyttö kommunikoinnin välineenä. Näillä symboleilla on sääntöjärjestelmänsä ja järjestyksensä, ja niiden tulkinta vaatii tämän symbolisen koodin purkamisen taitoa, joskus jopa kääntämistä. Matematiikan ja kielen yhtäläisyyksiä ilmentää myös se, että molempien oppimiseen tarvitaan harjoitusta, jotta ymmärrys parantuisi. Lisäksi intuitio ja automatisoituminen vaikuttavat kummankin sujuvuuteen.

Silfverberg ym. (2005) kirjoittavat, että matematiikan kielen oppiminen on luonnollinen osa matematiikan oppimisen prosessia. Matematiikan kielessä oppimisen mahdollisuudet ja matematiikasta saatu mielikuva ja esimerkki vaikuttavat siihen, millaista matematiikkaa oppija oppii. Matematiikan kielen puhetapojen ja käyttötilanteiden oppimisella on merkitystä sille, millaiset matemaattiset eväät oppija saa käyttöönsä. Matematiikan opettaja on aina kahden kielen opettaja, sillä kielen osa matematiikan opetuksessa on välineellinen, mutta merkityksellinen. Matemaattisen käsitteen kielentäminen on osa käsitteen rakentamisen prosessia ja merkityksellinen ajatusten kirkastamisen tapa (Joutsenlahti. 2003).

Miller ja Paredes (1996) esittävät, että matemaattisten havaintojen tekemisen ja hahmottamisen jälkeen tärkein seikka matemaattisen ajattelun kehittämisessä on symbolijärjestelmän omaksuminen. Heidän mukaansa symbolien järjestyminen vaikuttaa vähintään kolmella tavalla kognitioon. Ensimmäiseksi symbolirakenne vaikuttaa symbolisysteemin omaksumisen helppouteen ja toiseksi siihen, kuinka yksilö hyödyntää symboleja reaali-

kaisessa (*online*) ongelmanratkaisussaan tai prosesseissaan. Lisäksi symbolijärjestelmä voi helpottaa tai vaikeuttaa käsitteellisen ymmärryksen kehittymistä. Sternberg (1996) ottaa myös osaa matematiikan kulttuurisuuteen ja kieleen liittyvään keskusteluun. Hän kertoo, että esimerkiksi kiinankieliset oppijat ovat tavallaan etulyöntiasemassa matemaattisen ajattelun kehittymisen suhteen, sillä kiina antaa erilaiset edellytykset matemaattisten symbolien, kuten numeroiden, oppimiseen ja käsittelyyn kuin vaikkapa englanti. Englannin kielessä esimerkiksi kymmenellä on kolme eri muotoa: *ten*, *-teen* ja *-ty*, mutta poikkeuksen siihen tuovat luvut 11 (*eleven*) ja 12 (*twelve*) (Sousa, 2008).

Kiinan kielessä numerot ovat hyvin loogisesti ja säännönmukaisesti muodostuneita (Miller & Paredes, 1996; Dehaene, 2011). Se onkin esimerkki kielijärjestelmästä, joka sisällyttää matemaattisen lukujärjestelmän osakseen, toisin sanoen kiinassa numerot ovat osa kirjoitus-merkistöä. Sousan (2008) mukaan kiinan ja japanin kielessä numeroiden rakenne on helppo oppia ja muistaa. Tämän vuoksi aasialaiset lapset oppivat laskemaan aikaisemmin ja pidemmälle kuin länsimaalaiset (Dehaene, 2011). Lisäksi yksinkertaisten yhteen- ja vähennyslaskujen laskeminen onnistuu aasialaislapsilta aikaisemmin verrattuna länsimaalaisiin lapsiin. Toisaalta Miller ja Paredes (1996) ovat Sousan (2008) kanssa eri mieltä siitä, helpottaako kiinan kieli numeroiden oppimista. Heidän mukaansa kiinan kielen rakenne ei aina ole helpottava tekijä, vaan numeroiden muodostustavasta johtuen melko pienetkin luvut koostuvat useasta merkityksellisestä osasta, mikä voi vaikeuttaa prosessointia.

## 5 Työmuisti

Rickart (1996) kirjoittaa, että ihmisen aivot on luotu tallentamaan ja prosessoimaan informaatiota. Muistilla on tärkeä rooli kaikenlaisessa oppimisessa, mutta tutkimusta tehdesämme huomasimme, kuinka matematiikka ja kielelliset tekijät liitettiin alituisesti yhteen. Esimerkiksi Martinin (1995) mukaan kielen ja sanaston oppimisessa muisti on keskeisessä osassa. Lukemistamme tutkimuksista nousi selvästi esille työmuisti, joten tästä syystä tarkastelemme erityisesti työmuistin toimintaa matematiikan ja kielten oppimisen kannalta.

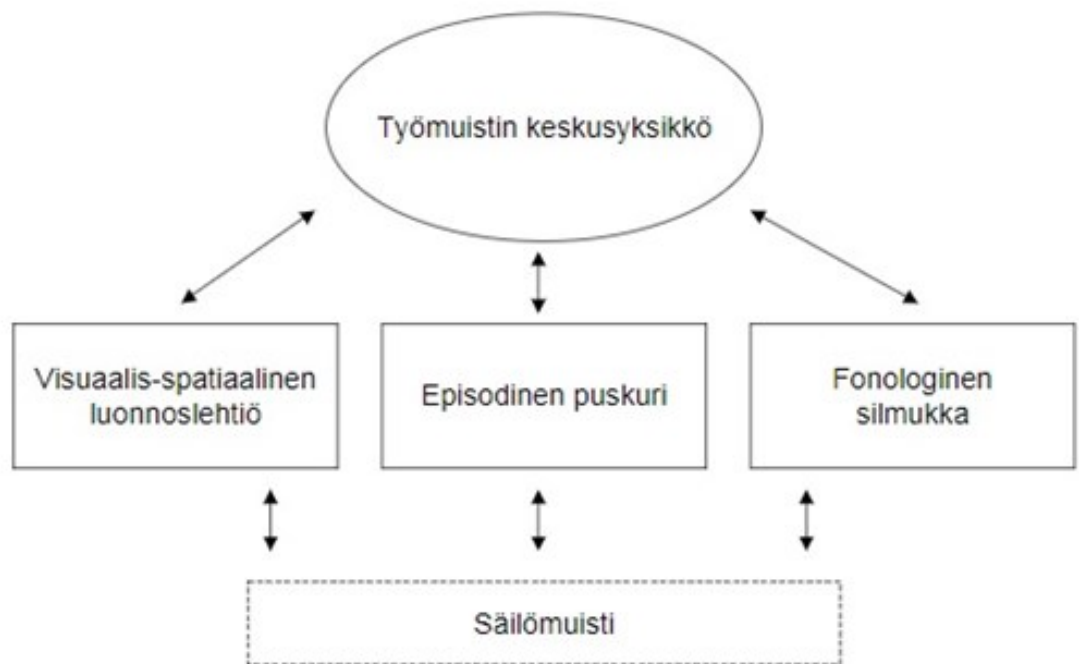
Työmuisti, kuten lyhytkestoinen muistikin, voidaan ajatella eräänlaisena tiedonkäsittelyn ja oppimisen pullonkaulana sen rajallisen kapasiteetin vuoksi (Kyttälä, 2008; Baddeley, 1986). Rajallisesta kapasiteetista puhuttaessa ei kuitenkaan tarkoiteta, että työmuistin prosessointikapasiteetti olisi tarkalleen määriteltävissä, vaan sillä tarkoitetaan lyhytkestoista varastokapasiteettia. Esimerkiksi yksilöiden kapasiteetin käyttöä ei voida suoraan mitata, sillä toiset voivat pakata informaatiota tiiviimmin kuin toiset. (Kyttälä, 2008.) Lyhytkestoisen muistin ja työmuistin selkein ero on, että passiivisen tiedon varastoinnin lisäksi työmuisti myös aktiivisesti prosessoi informaatiota (Baddeley, 1986). Se on siis tarpeellinen kognitiivisissa toiminnoissa eikä ole vain pelkkä tiedon lyhytkestoinen varasto (Kyttälä, 2008). Tästä johtuen jätämme lyhytkestoisen muistin pienemmälle tarkastelulle ja keskitymme työmuistin merkitykseen oppimisessa.

Termi *työmuisti* (working memory) viittaa järjestelmään, joka pitää väliaikaisesti informaatiota tallessa ja muokkaa sitä erilaisten kognitiivisten tehtävien, kuten oppimisen, ymmärtämisen ja päättelyn, aikana (Baddeley, 1986). Kyttälä (2008) lisää määrittelyyn, että työmuisti huolehtii resurssien koordinoinnista. Työmuistiin saapunut informaatio ei pysy siellä kauan, ellei sitä ylläpidetä aktiivisesti (Kyttälä, 2008). Baddeley (1968) esittelee Hitchin kanssa vuonna 1974 kehittämiensä työmuistin *kolmikomponenttimallin* (three component model). Siinä työmuisti on jaettu kolmeen osaan: *keskusyksikköön* (central executive), *fonologiseen silmukkaan* (phonological loop) ja *visuaalis-spatiaaliseen luonnoslehtiöön* (visuo-spatial sketchpad) (Baddeley 1986; 1996).

*Valvova keskusyksikkö* (central executive) on kognition kannalta työmuistin tärkein komponentti (Baddeley, 1986; 1996). Sen ajatellaan olevan tärkeä uusien ratkaisustrategioiden

omaksumisessa ja opittujen strategioiden vaihteluissa. Nämä kaksi avaintaitoa ovat tärkeitä matemaattisessa pätevyydessä (Lemaire & Siegler, 1995). Holmesin ja Adamsin (2006) mukaan keskusyksikkö on yhteydessä matematiikassa menestymiseen ja se on tärkeä indikaattori tehtäessä ennusteita lasten matematiikan oppimisesta.

Fonologinen silmukka (phonological loop) ja visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö (visuo-spatial sketchpad) ovat ikään kuin työmuistin alajärjestelmiä (Baddeley, 1986; 1996). Visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön tehtävänä on huolehtia visuaalis-spatiaalisesta muistista, kun taas fonologinen silmukka on puhepohjainen järjestelmä, joka on erikoistunut työstämään kieleen liittyvää materiaalia (Baddeley, 1986). Fonologinen silmukka on Baddeleyn (2000) mukaan tärkeä kielen, erityisesti vieraiden kielten, oppimisessa. Myöhemmin tähän kolmikomponenttimalliin on lisätty neljäs ala-komponentti nimeltään *episodinen puskuri* (episodic buffer), joka vastaa työmuistin muiden komponenttien tiedon ja pitkäkestoisen muistin integroimisesta (Baddeley, 2000).



Kuvio 1. Kyttälä (2008), Baddeleyn kolmekomponenttimalli täydennettynä episodisella puskurilla.

### 5.1 Fonologinen silmukka ja visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö

Fonologinen silmukka on Baddeleyn (1996) mukaan yksinkertaisin ja luultavasti eniten tutkittu työmuistin komponentti. Se voi pitää tietoa tallessa noin kaksi sekuntia, joten jos haluamme muistaa kyseisen informaation, kuten numerot, on meidän toistettava sitä (Dehaene, 2011). Esimerkiksi kun yritämme muistaa listan numeroita, säilömmme sen yleensä fonologiseen silmukkaan (Dehaene, 2011; Kyttälä, 2008).

Fonologisen silmukan ajatellaan olevan tärkeä sanallisten numeroiden omaksumisessa, sillä se auttaa muodostamaan kokonaisia verkostoja opituista numeroista pitkäkestoiseen muistiin ja tukee numerotietojen noutamista pitkäkestoisesta muistista (Dehaene & Cohen, 1995). Kyttälä (2008) sanookin, että fonologisella silmukalla on erityinen rooli tietynlaisissa matemaattisissa prosesseissa. Sillä ei siis ole kaikissa matemaattisissa suorituksissa tärkeää roolia, vain tietyissä. Esimerkiksi toiminnoissa, joissa laskeminen perustuu ulkoa opittuun, kuten aikaisemmin mainittu Dehaenen (2011) esimerkki kertotaulusta, tarvitaan

fonologista työmuistia (Kyttälä, 2008). Myös fonologisen silmukan ja päässä-laskujen (mental arithmetic) välillä on löydetty merkittäviä yhteyksiä (Adams & Hitch, 1997).

Holmesin ja Adamsin (2006) mukaan fonologisen silmukan tärkeimpiä tehtäviä on ohjelmoida ja säilyttää verbaaleja eli sanallisia koodeja. Näitä koodeja käyttävät sekä aikuiset että lapset aritmetiikassa sekä matemaattisten algoritmien, kuten yhteen- ja vähennyslaskujen, laskemisessa. Lisäksi fonologinen silmukka on yhdistetty tiedon säilytykseen ongelmanratkaisutehtävissä sekä tilapäisten tulosten muistamiseen laskuja laskettaessa (Holmes & Adams, 2006).

Monet tutkijat (ks. Holmes & Adams, 2006; Friso-van den Bos, ym., 2013) ovat huomanneet lapsen iän ja matemaattisen taitotason vaikuttavan siihen, käyttääkö lapsi matemaattisia tehtäviä tehdessään fonologista silmukkaa vai visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä. Tutkimustulosten mukaan nuoremmat, noin 7-8-vuotiaat, luottavat visuaalis-spatiaaliseen luonnoslehtiöön ja käyttävät sitä hyväkseen. Noin 9-10 vuoden iässä lapset alkavat luottaa fonologiseen silmukkaan helpoissa matematiikan tehtävissä (Holmes & Adams, 2006). Friso-van den Bos ym. (2013) ehdottavatkin, että iän myötä yhteys visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön ja matematiikan välillä pienenee. Esimerkiksi päässä-laskuissa vanhemmilla lapsilla huomattiin vahvempi yhteys fonologiseen silmukkaan kuin nuoremmilla lapsilla (Holmes & Adams, 2006).

Baddeleyn (1996) mukaan visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä on haastavaa tutkia, sillä sitä on vaikeampi jäljittää kuin muita työmuistin komponentteja. Voidaan kuitenkin sanoa, että visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö ja visuaalis-spatiaaliset taidot ovat tärkeitä matematiikassa (Holmes & Adams, 2006). Kuten aikaisemmassa kappaleessa totesimme, erityisesti pienten lasten matematiikan taitojen hallinnassa on visuaalis-spatiaalisella luonnoslehtiöllä tärkeä rooli. Vanhemmilla lapsilla matemaattisten tehtävien haastavuus vaikuttaa siihen, käytetäänkö fonologisen silmukan lisäksi myös visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä (Kyttälä, 2008). Summa summarum: kielen oppimiseen vaikuttaa erityisesti fonologinen silmukka, kun taas matemaattisten kykyjen kannalta sekä fonologinen silmukka että visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö ovat tärkeitä.



## 5.2 Työmuisti ja matematiikka

Kirjallisuus osoittaa, että työmuistilla on yhteys moniin numeerisiin ja matemaattisiin kykyihin laskemisessa yksinkertaisista yhteen- ja vähennyslaskuista monimutkaisiin aritmeettisten ongelmien ratkaisemiseen (Adams & Hitch, 1997; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007). Passolunghin ym. (2007) mukaan työmuisti olisi merkittävä korkealentoisessa kognitiossa, kuten ongelmanratkaisussa ja lukemisessa, ja se olisi yksi ennustava tekijä matematiikan oppimisessa. Kuitenkaan ei tarkkaan tiedetä, mitkä komponentit työmuistissa ennustavat matematiikassa menestymistä ja mitkä eivät (Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen & van Luit, 2013). Yksi syy tähän voi olla, että tutkimuksissa käytetyt tehtävät eivät ole johdonmukaisia. Tutkimustuloksiin saattaa siten vaikuttaa tehtävien muoto. Selkeää kuitenkin on, että parempi suoritus työmuistin kaikissa komponenteissa voidaan yhdistää parempaan matemaattiseen suoriutumiseen. (Friso-van den Bos ym., 2013; Holmes & Adams, 2006.)

Vaikka tekstistä saisi käsityksen, että työmuisti ratkaisisi yksin matemaattisia ongelmia, ei näin ole. Työmuisti tarjoaa aktiivista prosessointi- ja varastointi tilaa sekä resursseja konseptuaalisten ja proseduraalisten tietojen ja taitojen kehittymiseen (Kyttälä, 2008). Konseptuaalinen tieto on kuin tiedon verkosto, jossa jokainen pieni tiedonjyvänen on yhdistetty tietoverkkoon. Proseduraalinen tieto kertoo säännöt ja muodot esimerkiksi kielessä, symboleissa ja matematiikan tehtävien etenemisessä. (Hiebert, 1986.)

Holmesin ja Adamsin (2006) mukaan lasten työmuistin kyvyillä ja heidän matemaattisilla saavutuksillaan oli merkittävä yhteys. Lisäksi heidän tutkimustensa mukaan Baddeleyn (1986) työmuistin kolmikomponenttimalli ennusti lasten eroavuuksia matematiikan suoriutumisessa. Kyttälä (2008) oli omassa tutkimuksessaan huomannut, että sen lisäksi että työmuisti ennusti matemaattista suoriutumista, se oli myös jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin. Esimerkiksi lapsilla, joilla oli vaikeuksia sekä matemaattisesti että kielellisesti, oli työmuistissa enemmän heikkouksia (Kyttälä, 2008).

Työmuistin käyttö matematiikassa ja sen oppimisessa ei ole yksiselitteinen. Esimerkiksi työmuistiresursseja saatetaan käyttää eri tavoin matemaattisissa tehtävissä ja tehtävän eri vaiheissa, kuten ongelman hahmottamisessa ja arvioinnissa sekä vastauksen laskemisessa ja löytämisessä (Kyttälä, 2008). Tang, Zhang ym.(2006) mukaan eri maiden lapset saatta-

vat käyttää työmuistia eri asteittain. Esimerkiksi numeroiden koodausstrategioissa jotkut lapset muodostavat sanallisia esitysmuotoja, eli käyttävät fonologista silmukkaa. Toiset lapset puolestaan muodostavat visuaalis-avaruudellisia esitysmuotoja, eli käyttävät visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä (Tang ym., 2006). Lisäksi eri-ikäiset käyttävät työmuistin eri komponentteja matemaattisia tehtäviä ratkaistessaan. Pienemmät lapset käyttävät tehtävien ratkaisussa visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä, kun taas hieman vanhemmat käyttävät fonologista silmukkaa tai näitä molempia (Holmes & Adams, 2006). Trbovichin ja Le Fevren (2003) mukaan jopa laskujen esittämistapa päässälaskuissa vaikuttaa siihen, mitä työmuistin osaa käytetään. Horisontaalisesti esitetyissä tehtävissä käytetään helpommin fonologista silmukkaa, kun taas vertikaalisesti esitetyissä tehtävissä ohjautuu käyttämään visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä (Trbovich & Le Fevre, 2003).

### 5.3 Pohdintaa

Työmuistia tutkiessamme havaitsimme seikan, joka mielestämme tulisi huomioida puhuttaessa matematiikan oppimisesta vieraalla kielellä. Sekä kielen että matematiikan oppiminen tarvitsevat molemmat työmuistia (ks. esim. Baddeley, 1986; 1996; 2000; Holmes & Adams, 2006; Friso-van den Bos, ym., 2013). Mietimme siis, jos oppilas opiskelee matematiikkaa vieraalla kielellä, kuinka hänen työmuistinsa käy. Friso-van den Bos ym. (2013) huomasivat että lapset joilla oli vaikeuksia matematiikassa, saivat heikompia tuloksia työmuistista. Eli jos lapsi ei voi käyttää koko työmuistin kapasiteettiaan matemaattisissa tehtäviä tehdessään, on mahdollista että tehtävästä alisuoriudutaan. Tästä päättelimme, että S2-oppilaille matematiikan oppiminen saattaa olla haastavaa. Heidän työmuistinsa ei voi antaa koko kapasiteettiaan matematiikan oppimiseen, sillä samaan aikaan työmuistia tarvitaan myös kielen ymmärtämiseen ja oppimiseen.

Mietimme myös fonologisen silmukan ja visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön merkityksiä matematiikan oppimisessa. Holmesin ja Adamsin (2002) mukaan pienemmät lapset käyttävät voimakkaammin visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä ja vanhemmat lapset fonologista silmukkaa matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen. Fonologinen silmukka on erikoistunut työstimään kieleen liittyvää materiaalia ja visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiön tehtävänä on huolehtia visuaalisen ja avaruudellisen informaation hetkellisestä varastoinnista (Baddeley, 1986). Näiden tietojen perusteella aloimme pohtia kuinka opiskelukielen muutos vaikuttaa sellaisen lapsen matematiikan oppimiseen, joka on alkanut jo käyttämään fonologis-

ta silmukkaa matemaattisten tehtävien tekemisessä. Toisin sanoen, mitä tapahtuu kun oppilas, joka käyttää fonologista silmukkaa matematiikan tehtävien ratkaisemiseen, joutuukin kuormittamaan silmukkaa myös kielen puolesta. Kuormittuuko fonologinen silmukka? Tai tukkeutuuko se täysin? Päättelimme, että yksi vaihtoehto voisi olla, että tällaisissa tilanteissa visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö tulee fonologisen silmukan avuksi, ja näin ollen vähentää silmukan kuormitusta.

## 6 Sanasto

Laine (2015) kirjoittaa, että suomen kieltä opitaan opiskeltaessa muita kouluaineita, ja niiden avulla oppilaan leksikko monipuolistuu ja kehittyy. Lisäksi hän tähdentää, että sanat ovat kielen tärkein aines kielen oppijalle. Honko (2013) on tutkinut toisen polven maa-hanmuuttajien suomen kielen osaamista ja havainnut, että ne lapset, joiden kotikieli on jokin muu kuin suomi, hallitsivat sanastoa selvästi heikommin ja kehittivät sanastollisesti hitaammin kuin suomenkielinen verrokkiryhmä. Honko (2013) ottaa esille myös sen, että alakouluikäiset kielenoppijat käyttävät yleisimpiä sanoja todella monissa yhteyksissä, mikä seurauksena vaillinaisen leksikko voi jäädä huomaamatta. Tämä taas voi jatkossa haitata koulunkäyntiä.

Suomen kielessä sanoja taivutetaan ja muodostetaan suffiksien avulla. Suffiksit ovat morfologiassa kielen rakennuspaloja. Ne muodostavat päätteitä sekä muuttavat sanan alkupe-  
räistä merkitystä. Martin (1995) mukaan suffiksit ovat erityisen tärkeitä suomen kielessä, joten ne vaikuttavat myös kielen prosessoinnin järjestykseen ja tapaan. Hän esittelee Mars-  
len-Wilsonin (1987) tutkimuksen, jonka mukaan sanan alusta lähtevä prosessointi on ensi-  
sijaista: sanan alku herättää kaikki mahdolliset merkitykset ja tarkoitukset, joista sitten  
edetään sanaa pidemmälle sulkien pois ne vaihtoehdot, jotka eivät enää sovi. Puro (1999)  
lisää, että suomen sanojen ymmärtäminen vaatii melko paljon prosessointia, sillä ne koos-  
tuvat useista runsaasti semanttista tietoa sisältävistä osista. Karlsson (2008) kirjoittaa, että  
kielen voimavara ja kehittymisen mahdollisuus piilee sanaston pienimmissä yksiköissä,  
sillä näitä osia voidaan yhdistellä ja lisätä tai poistaa. Selkeät rakennuskappaleet myös  
selkeyttävät ja helpottavat muistamista ja erittelyä.

### 6.1 Sanaston oppiminen

Ellis (2008) kirjoittaa Yoshidan tutkimuksesta lasten sanaston oppimisesta. Tutkimuksen  
mukaan pienen lapsen toisen kielen sanaston oppiminen voi muistuttaa ensimmäisen kielen  
sanaston omaksumista. Nagy (1997) ottaa esille näkökulman, että toisen kielen oppimises-  
sa näkyvä opetus (*explicit*) on keskeisemmässä osassa sanaston oppimisessa. Hänen mu-  
kaansa sanojen omaksuminen kontekstista on tehokasta vain edistyneillä toisen kielen op-  
pijoilla. Heillä on tarve oppia kieli nopeammin, kuin ensimmäisen kielen oppijoilla vau-

vasta asti omalla äidinkielellään. Kuitenkin kontekstista oppiminen on tarpeellista, sillä toisen kielen oppija kohtaa verrattain nopeasti uusia sanoja.

Toisen kielen oppijalla on olemassa päämäärä — kielen hallinta. Tätä on kuitenkin vaikea määritellä, sillä kielen haltuunotto voi olla mahdollista kieliopillisesti, kun taas sanaston oppimisen kannalta ei. Sanasto on rakenteeltaan avoin järjestelmä, ja jopa äidinkielisillä puhujilla on erilaista leksikollista tietoa. Sanastollisessa tuntemuksessa on kaksi merkitsevää seikkaa: määrä ja laatu eli yksittäisten sanojen syvempi tuntemus (Ellis, 2008). Laufer (1997) kirjoittaaakin, että toisen kielen oppijalla on sanoista usein vain osittaista tuntemusta. Sanojen suhteet muihin sanoihin sekä tilanteeseen liittyvät ja merkitystä muuttavat yhteydet aiheuttavat hankaluuksia. Matematiikan tunnilla oppilas kohtaa sekä uusia sanoja että uusia käyttötarkoituksia tutuille sanoille. Esimerkiksi jakaja tarkoittaa matematiikan tunnilla erilaista, tarkemmin rajattua, kohdetta kuin luokkahuoneen ulkopuolella. Myös muunlainen kielen sanaston monimuotoisuus, kuten synonyymit, voivat olla vaikeita. Vaikka oppilas olisi oppinut, mitä plus-lasku tarkoittaa, hän ei välttämättä osaa yhdistää muita samaa tarkoittavia termejä, kuten summa tai yhteenlasku, oikeaan yhteyteen. Ellis (2008) huomauttaakin, että on todella vaikea selvästi osoittaa, milloin sana on opittu ja mitä sanan tunteminen tarkoittaa.

## 6.2 Matematiikan sanasto

Karlsson (2008) selvittää sanojen merkityksien olevan kiinni ihmisten sopimuksista ja että kieli symbolijärjestelmänä on aina äänteiden ja merkityksien kudos. Sanojen suhde kohteeseensa onkin Karlssonin mukaan mielivaltaisen. Yrjönsuuren (2004) mukaan matematiikassa olennaista on, että käsitteiden käyttäjillä on yhtenevä ymmärrys niiden merkityksestä, sillä matematiikan kieli muodostuu osittain juuri käsitteiden käytön sopimuksista. Vaikka ajatellaan, että matematiikka on universaali kieli, se on myös hyvin tekninen kieli (Freeman & Crawford, 2008). Matematiikan sanasto on monelle vierasta. Karlsson (2008) kertoo, että tarkasti kohdentuneita sanastoja eli erikoissanastoja on syntynyt yhteiskunnallisten ja kulttuuristen muutosten ja eriytymisen myötä. Tämä on johtanut siihen, että meillä on runsaasti ydinsanastoon kuulumattomia sanoja, joita hallitsevat vain kunkin aihepiirin asiantuntijat. Matematiikassa on myös paljon sellaista leksikkoa, joka ei esiinny jokapäiväisessä arjessa. Oppilaan voi olla vaikea hallita erikoissanastoa, mikä saattaa hidastaa edistymistä ja matematiikan oppimisesta nauttimista. (Freeman & Crawford, 2008).

Freemanin ja Crawfordin (2008) mukaan matematiikan kieli voi olla yhtä vaikea kuin jokin muu vieras kieli. Yhtenä syynä tähän ovat matemaattiset termit ja oppilaalle täysin uutena tulevat sanat, kuten hypotenuusa. Toisena ovat oppilaille ennestään tutut sanat, kuten vaaka ja arvo, jotka määritellään matematiikassa paljon tarkemmin ja monimutkaisemmin kuin arkikäytössä. (Freeman & Crawford, 2008.)

Nagy (1997) ottaa aiheeseen liittyen esille, kuinka matematiikan termien opettamiselle ei usein anneta riittävästi aikaa silloinkaan, kun opetusryhmä on yksikielinen ja opetus tapahtuu oppijoiden äidinkielellä. Esimerkiksi useimmissa amerikkalaisissa kouluissa lapset saavat vain vähän sanaston opetusta. Nagyn (1997) mukaan syynä on, että annetun ajan puitteissa ehditään käydä läpi liian vähän sanoja. Kuten aiemmin mainittiin, Silfverbergin ym. (2005) puhuvat myös kielellistämisestä matematiikan opetuksessa. Heidän ajatuksensa on, että oppilaille on hyvä tarjota sanoja matematiikan abstraktien ilmiöiden käsittelyyn. Nagyn (1997) mukaan myös yleistieto ja oppijan ennakkotiedot vaikuttavat paljon sanojen oppimiseen. Aikaisempi tieto ja käsitys vaikuttavat sanojen oppimiseen enemmän kuin sanan ominaisuudet ja konteksti. Esimerkiksi on helpompi oppia uusi sana tutulle ilmiölle, jolloin käsite saa ikään kuin uuden leiman, kuin opetella alusta lähtien uusi käsite.

Silfverberg ym. (2005) kirjoittavat, että matematiikalla on ominainen kielen käytön muotonsa, sillä matematiikka käyttää arkikieltä omiin tarkoituksiinsa omalla tavallaan ja sanastoa erilaisilla merkityksillä kuin tavallisesti arkikielessä. Matematiikassa käytettävät sanat voidaan jakaa kolmeen kategoriaan: tekniset sanat, joilla on merkitys vain matematiikassa; sanastolliset sanat, joilla on samankaltainen merkitys sekä arkikielessä että matematiikassa, ja arkipäivän sanat, jotka ilmenevät sekä jokapäiväisessä sanastossa että matematiikan sanastossa, mutta sanoilla voi olla eri merkityksiä kontekstista riippuen (Shuard & Rothery (1984) teoksessa Raiker, 2002). Raikerin (2002) mukaan on tärkeää myöhemmän matemaattisen ajattelun kehityksen kannalta, että oppilas oppii matemaattisten sanojen ja termien tarkat merkitykset. Jos matemaattisten sanojen tarkkaa määritelmää ei ole ymmärretty, oppiminen vaikeutuu. (Raiker, 2002).

Laufer (1997) kirjoittaa siitä, mikä tekee sanan oppimisesta helppoa tai vaikeaa. Sanojen oppimiseen vaikuttaa kirjoitusasun ja lausumisen yksinkertaisuus tai monimutkaisuus sekä sanan saamat muodot erilaisissa yhteyksissä ja muodoissa. Erityisesti vaikeuksia aiheuttavat merkitykseltään moninaiset tai hyvin tarkat ja kapea-alaiset sanat. Oppijan on helpom-

paa käyttää niin sanottuja laaja-alaisia sanoja, jotka sopivat moneen yhteyteen. Tästä voi seurata sanojen yli yleistäminen. Lauferin (1997) lisäksi asiasta kirjoittaa Koivisto (1994). Hänen mukaansa erityisesti lasten kielelle on tyypillistä, että sanojen semanttiset merkitykset ovat laajentuneet. Tämä tarkoittaa esimerkiksi, että oppilas yleistää matematiikan tunnilla jonkin termin, kuten yhteenlasku, koskemaan kaikkea laskemista tai jopa kaikenlaista numeroihin liittyvää tekemistä.

Freemanin ja Crawfordin (2008) mukaan matematiikassa on kaksi pääkielityyppiä, sanojen kieli kuten hypotenuusa ja skaala, sekä symbolien kieli eli erilaiset merkit ( $>$ ,  $<$ ). Monille oppilaille erityisesti sanat ovat haastavia, mutta haasteensa löytyy myös symboleista (Freeman & Crawford, 2008). Ymmärtääkseen matematiikan suuret ideat ja päästäkseen sisälle matemaattiseen ongelmanratkaisuun on tärkeää ymmärtää ja oppia matematiikan sanojen ja symbolien merkitykset (Freeman & Crawford, 2008). Vaikka oppilas olisi kuinka lahjakas matematiikassa, on vaikeaa ymmärtää matematiikan tunneilla opetettuja asioita, jos oppilas ei omaksu matematiikan kieltä (Freeman & Crawford, 2008).

Dehaene (2011) ylistää käyttämäämme numerosymbolijärjestelmää sen yksinkertaisuuden vuoksi. Numerot ovat kompakteja, sillä ne vaativat vain muutaman symbolin. Ne on helppo oppia, ne voidaan lukea ja kirjoittaa nopeasti ja ne yksinkertaistavat algoritmien laskemista (Dehaene, 2011). Sanalliset numerot eivät ole yhtä yksinkertaisia kuin niiden symbolit. Dehaenen (2011) mukaan eri kielten sanallisia numeroita ei voi vertailla keskenään, sillä ne muodostetaan eri tavoin. Esimerkiksi englannissa sanallisilla numeroilla on logiikka. Silti luvuista löytyy poikkeuksia, joita ei voida päätellä muiden numeroiden avulla, kuten eleven (yksitoista) ja twelve (kaksitoista). Ranskassa seitsemänkymmentä (70) lausutaan kuusikymmentä-kymmenen ja yhdeksänkymmentä (90) neljä-kaksikymmentä-kymmenen (Sousa, 2008). Saksassa neljäsataa kolmekymmentä kaksi (432) lausutaan ”neljäsataa kaksi ja kolmekymmentä” (Dehaene, 2011).

### 6.3 Pohdintaa

Toisen kielen oppijan näkökulmasta matematiikan oppiminen tapahtuu funktionaalista kielikäsitystä hyödyntäen, sillä koulumaailmassa oppilas ei valmistavassa opetuksessa ehdi perehtyä kieleen kovin syvällisesti. Näin ollen niin sanotusti keskeneräisellä kielellä toimiminen vaikuttaa matematiikan oppimiseen ja matemaattiseen ajatteluun. Opettajan tulisi

huomioida S2-oppilas matematiikan tunnilla juuri vaillinaisen kielitaidon vuoksi. Raiker (2002) havaitsi, etteivät opettajat kiinnitä huomiota esimerkiksi käsitteiden opettamiseen. Vajaa sanasto voi muodostua suureksi koulun käynnin ongelmaksi (Honko, 2013). Nagyn (1997) mukaan ihmiset omaksuvat suuren osan sanastostaan kontekstista, tietoisien opetuksen ohessa. Tämän vuoksi olisi tärkeää, että myös muiden aineiden kuin suomi toisena kielenä tunneilla opetettaisiin sanastoa. Näin sanasto tulisi sidotuksi oppiaineeseen.

Alakoulun kontekstissa käsitteiden opettelu alusta lähtien on väistämättä tarpeellista. Käsitteiden tuntemuksen ja ennakkotietojen niukkuus korostavat sanaston opettamisen tärkeyttä. Nagy (1997) toteaa, että uuden käsitteen oppiminen on vaativampaa, kuin tutun ilmiön uudelleen nimeäminen. Koole (2012) esittelee paradoksaalisen tilanteen heikon kielitaidon aiheuttamista ongelmista. Oppilaan tulisi ymmärtää, mitä ei ymmärrä, osataksaan kysyä apua. Tähän liittyen myös Krashenin (1981) pohdinta oppijalle sopeutetusta ymmärrettävästä syötöksestä, eli syötöksen tapa ja muoto vaikuttaisivat sekä matematiikan että kielen oppimiseen, kuulostaa mielekkäältä. Matematiikan tunnilla tuntuisi kohtuuttomalta vaatia oppilaalta myös suurta ponnistelua kielellisesti. Tarkoituksenmukaisempaa olisi pitää kieli mukavuusalueella, jotta kognitiivinen kapasiteetti voisi keskittyä matematiikkaan rauhassa. Aihetta tutkivat niin ikään Abedi ja Lord (2001). Heidän tutkimuksessaan testattiin matematiikan tehtävien kielellistä yksinkertaistamista ja sen vaikutusta menestymiseen. Tutkimus osoitti, että matemaattisia tehtäviä voitiin muokata kielellisesti merkityksellisellä tavalla yksinkertaisemmiksi helpottamatta matemaattista sisältöä.

Miller ja Paredes (1996) toteavat, että lapsi oppii käyttämään näitä symbolisia järjestelmiä ennen kuin todellinen käsitys esimerkiksi numeroista tai kielestä on muotoutunut. Raiker (2002) kuvaa Vygotskyn (1987) teoriaa, joka koskee lapsen sanojen käyttöä suhteessa aikuisten puheeseen. Emme voi olettaa että lapsi käyttää jotakin sanaa välttämättä samassa merkityksessä kuin aikuinen. Toisin sanoen vaikka oppilas käyttäisi matematiikan tai suomen kielen sanoja, emme voi tietää onko oppilas ymmärtänyt ne oikein. Tilanteen voi kääntää myös toisin päin. Lilja (2014) kertoo esimerkin, jossa S2-oppilas kysyi matematiikan tunnilla mikä on jakolasku. Jakolaskua oli käsitelty jo monta matematiikan tuntia, joten kysymys oli aluksi hieman hämmentävä. Ensimmäisenä ajatuksena olisi voinut olla, että oppilas ei tiennyt, mikä jakolasku on, eli miten se lasketaan. Kyseinen oppilas tarkoitti kysymyksellään kuitenkin mikä on tai mitä tarkoittaa jakolasku, sillä hänelle kyseinen termi ei ollut tuttu. Opettaja vastasi kysymykseen näyttämällä taululle laskettua jakolaskua ja



sanomalla, että tämä on jakolasku. Tästä on pääteltävissä, että vaikka lapsi käyttäisi matematiikassa tiettyä termiä, ei ole varmaa, tietääkö hän sanan oikeaa merkitystä. Toisaalta jos lapsi käyttää sanoja ja termejä väärin, se ei välttämättä tarkoita puutteita hänen laskutaidoissaan. Tässä täytyy kuitenkin huomioida esimerkiksi Dehaenen (2011) ja Devlinin (2000) teoria sanallisista numeroista.

Raiker (2002) tuo tutkimuksessaan ilmi että jos oppilas ei ole ymmärtänyt matemaattisen sanan tarkkaa määritelmää, voi se sekoittaa ja vaikeuttaa matematiikan oppimista. Matematiikka käyttää arkikielen kanssa osittain päällekkäistä teknillistä sanastoa ja termejä (Raiker, 2002; Freeman & Crawford, 2008). Voisimme siis ajatella, ettei termistö ainakaan helpota matematiikan oppimista. Kielen näkökulmasta olisi tarkoituksenmukaista pohtia, miten sanasto vaikuttaisi S2-oppilaan matematiikan oppimiseen. Haastetta matematiikan oppimiseen voisi tuoda se, että oppilas ei erota arkikielen ja matematiikan sanoja. Toisin sanoen hän ei joko tiedä että niillä voi olla useita merkityksiä kontekstista riippuen, tai hän ei erota käytetäänkö sanoja vain matematiikassa tai arkikielessä.

Jos oppilaalla on vaikeuksia tehtävän ratkaisemisessa, ongelma on matematiikan kasvatuksen näkökulmasta joko *proseduraalinen* tai *konseptuaalinen* (Koole, 2012). Proseduraalissa ongelmassa oppilas ei tiedä mitä ”askeleita” täytyy tehdä suorittaakseen tehtävän, eli kuinka edetä tehtävässä. Konseptuaalisessa ongelmassa oppilaan ongelma on tehtävän käsitteissä. Koole (2012) esittelee teoksessaan vielä Prengerin ym. (2008) esittämän kolmannen ongelman. Siinä oppilas ei ole ymmärtänyt tehtävänantoa. Tässä vaiheessa oppilaat kohtaavat epistemologisen paradoksin, sillä pyytääkseen opettajalta apua, heidän pitäisi ”tietää mitä eivät tiedä” tai ”ymmärtää mitä eivät ymmärrä” (Koole, 2012).

Oppilaiden kielellinen tukeminen matematiikan tunnilla olisi tärkeää myös aktiivisen kielitaidon kehittymisen kannalta. Silfverberg ym. (2005) kirjoittaa, että perinteinen matematiikan tunti on rakenteeltaan ja toimintakulttuuriltaan erittäin opettajajohtoinen. Se tarjoaa vain harvoille mahdollisuuksia osallistumiseen ja puhumalla vaikuttamiseen. Tunneilla esiintyy lähinnä passiivista mallioppimista kun kuunnellaan opettajan huoliteltua kieltä. Tämä ei riitä maahanmuuttajaoppilaan aktiivisen kielitaidon saavuttamiseen. Oppiaineesta riippumatta opettajan tulisi kannustaa S2-oppilaita käyttämään kieltä esimerkiksi vastamalla oppilaiden kysymyksiin, vaikka ne eivät koskisi oppitunnin aihetta (Lilja, 2014).

Lukemamme matematiikan sanaston oppimista käsittelevä kirjallisuus ei myöskään täysin sovellu suomen kielen oppijoille, sillä suomi systeeminä toimii eri tavalla kuin vaikkapa englanti. Esimerkiksi matematiikan sanaston jaottelua koskevat teorial eivät ole suoraan käännettävissä suomeksi. Yksi tällainen termi on *jakaja* (divisor), joka englannin kielessä tarkoittaa vain matematiikan käsitettä, mutta suomen kielessä sillä on merkityksiä myös arkikielessä.

## 7 Johtopäätökset

Kieli ja matematiikka ovat molemmat loogisia ihmisen muotoilemia järjestelmiä, joilla on säännöt. Kuten matematiikassa ajatellaan olevan universaalit säännöt ja näillä luodaan ikään kuin maailmanlaajuinen yhteys, on kielessäkin ajateltu olevan universaali kielioppi. Kieli ja matematiikka ovat molemmat tietyssä mielessä kommunikoinnin tapoja vaikkakin hyvin erilaisia. Tämän tutkimuksen yhteydessä löysimme useita viitteitä siitä, että matemaattinen ilmaisutapa on myös kulttuurisesti muotoutunutta johtuen kielestä ja sen suomista mahdollisuuksista, perinteistä ja totutuista ihanteista.

Yleinen matemaattinen esitystapa, logiikka ja symbolit eivät ole kulttuuriin sidottuja, vaan ne ovat samanlaisia kielestä riippumatta. Lisäksi matemaattinen ajattelu on kielen ja kulttuurin yläpuolella, vaikka matematiikan probleemeista puhuminen olisikin lähes mahdollonta, jos ei tunne hyvin kohdekielen erityissanastoa. Matematiikka kietoutuu tiiviisti kielen käyttöön ja sen tarkkuuteen, mikä voi suomi toisena kielenä -oppilaan kannalta olla haasteellista. Rickart (1996) tarjoaa käden ojennuksen kritisoiden väitettä, jonka mukaan ajattelu riippuisi kielestä. Ajattelun silkkä kielellisyys on radikaali näkökulma, sillä se tarkoittaisi, että esimerkiksi kieltä opettelevat pienet lapset eivät olisi ajattelevia olentoja. Täten matemaattisen ajattelun perustuminen kielellisiin käännteisiin vaikuttaa kaukaa haetulta. Lisäksi Yrjönsuuri (2004) selittää, että matemaattisissa taidoissa toiminnon automatisoituminen voi vaikeuttaa asian sanallistamista ja selittämistä, koska siihen ei enää kohdenneta tietoista huomiota.

Koska olemassa oleva tutkimustieto pohjautuu englantia toisena kielenä opettelevien matematiikan oppimiseen, ei siitä ole johdettavissa suoria vastauksia tähän tutkimukseen. Suomi poikkeaa nimittäin muista kielistä monessakin suhteessa. Suomi aiheuttaa esimerkiksi erilaisia ymmärtämisen vaikeuksia kuin Englanti. Nissilä ym. (2004) mainitsee muun muassa, että kyetessämme lukuisilla sijapääätteillä ilmaisemaan monenlaisia asioita, tarjoamme kielen oppijalle niin paljon informaatiota, ettei hän kykene poimimaan kaikkea. Silti tutkimuksemme perusteella voidaan päätellä, ettei suomen kielen oppiminen sinällään aiheuta oppilaille mitään ylimääräistä kielellistä taakkaa, ja että minkä tahansa luonnollisen kielen oppiminen vaatii kognitiivista ponnistelua. Matematiikan oppimisen kannalta tulisi suomi toisena kielenä -oppilaita opettaessa huomioida sanaston merkitys. Matematiikassa

käytetään matematiikalle ominaista erikoissanastoa sekä arkikielen sanoja, joiden merkitys voi vaihdella asiayhteydestä riippuen. Näiden sanojen ymmärtäminen on keskeistä matematiikan oppimiselle ja jokainen oppilas, äidinkielestään riippumatta, hyötyy niiden opettamisesta.

## 8 Jatkotutkimus

Tutkimustuloksiemme myötä voimme sanoa, että matematiikan oppimista suomi toisena kielenä ei ole tutkittu juuri lainkaan. Aihetta olisi syytä tutkia sen kompleksisuuden vuoksi. Pelkäämme, että “matematiikka on universaalia”-ajatus vaikuttaa kasvatuksen alalla liian voimakkaasti ja saa ihmiset näkemään matematiikan vain symboleina. Tällöin matematiikan sanaston merkitys jää huomiotta samoin kuin se, kuinka myös suomea äidinkielenään puhuvat hyötyisivät termistön opettamisesta.

Jatkotutkimusta voisi lähteä tekemään monesta näkökulmasta. Esimerkiksi oppilaiden omien matematiikan kokemusten ja käsitysten selvittäminen olisi mielenkiintoista. Kokevatko suomi toisena kielenä -oppilaat itse matematiikan haastavaksi kielen puolesta, verrattuna suomea äidinkielenä puhuviin?

Toinen suunta voisi olla opettajien näkemykset. Ovatko opettajat huomanneet oppilaan kielen vaikuttavan matematiikan oppimiseen, tai ovatko he huomanneet jotain muuta yhdistävää tekijää suomi toisena kielenä -oppilaiden oppimisessa? Kolmantena olisi suunta, johon mahdollisesti jatkamme pro gradu -tutkielmassamme: kuinka keskeisenä asiana matematiikan opetuksessa opettajat näkevät matematiikan termit, vai ovatko he edes mietti-neet asiaa? Olisi mielenkiintoista ottaa selvää, kuinka opettajat opettavat matemaattisia termejä, kiinnittävätkö he huomiota suomea toisena kielenä puhuvien sanavarastoon.

## Lähdeluettelo

- Aalto, E. & Tukia, K. (2009). Mitä opetan, kun opetan omaa oppiainettani? Teoksessa:  
Kuukka, I. & Rapatti, K. (toim). *Yhteistä kieltä luomassa. Suomea opetteleva opetusryhmässäni*. Tampere: Opetushallitus. 25-36
- Abedi, J. & Lord, C. (2001) The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurements in Education*, 14(3) 219-234
- Adams, J. W., & Hitch, G. J. (1997). Working memory and children's mental addition. *Journal of experimental child psychology*, 67(1), 21-38.
- Baddeley, A. (1986). *Working memory*. Oxford: Claredon.
- Baddeley, A. (1996). Exploring the central executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology: Section A*, 49(1), 5-28.
- Cocking, R. R., & Mestre, J. P. (1988). *Linguistic and cultural influences on learning mathematics*. Psychology Press.
- Dara V. Wakefield (2000) Math as a Second Language, *The Educational Forum*, 64:3, 272-279.
- Dehaene, S. (2011). *The Number Sense : How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33, 219–250.
- Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. New York: Basic Books.

- Ellis, R. (2008). *The Study of Second Language Acquisition*. Oxford: University Press.
- Freeman, B., & Crawford, L. (2008). Creating a middle school mathematics curriculum for English-language learners. *Remedial and Special Education*, 29(1), 9-19.
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational research review*, 10, 29-44.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. Teoksessa: *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case on Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working memory and children's mathematical skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26(3), 339-366.
- Honko, M. (2013). *Alakouluikäisten leksikaalinen tieto ja taito. Toisen sukupolven suomi ja SI verrokkit*. Tampere: University Press.
- Jäppinen, A-K. (2003) *Ajattelu ja sisältöjen oppiminen vieraskielisessä opetuksessa*. Jyväskylä: Soveltavan kielentutkimuksen keskus.
- Joutsenlahti. 2003. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa: Virta, A. & Marttila, O. (toim.) *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003*. Turku: Painosalama Oy. 188-196
- Karasma, K. (2012). *Suomi toisena kielenä. Opetustieteen perusteet*. Vantaa: Oy Finn Lectura Ab
- Karlsson, F. (2008). *Yleinen kielitiede*. Tallinna: Gaudeamus Helsinki University Press.
- Koivisto, H. (1994). *Ulkomaalaissuomen syntaksia*. Tampere: Tampereen yliopisto.

- Kokkonen, M. & Tanner, J. (2008). Kielitiedosta kielitaitoon. Teoksessa: Tanner, J. & Kokkonen, M. (toim). *Kakkoskieli. Suomenopetus, kielitaito ja tutkimus*. Vantaa: Helsingin yliopiston suomen kielen ja kotimaisen kirjallisuuden laitos. 9-20
- Koole, T. (2012). The epistemics of student problems: Explaining mathematics in a multi-lingual class. *Journal of Pragmatics*, 44(13), 1902-1916.
- Koulutuksen tutkimuslaitos. 8.8.2014. *Maahanmuuttajataustaisten nuorten matematiikan osaaminen selkeästi muita oppilaita heikompaa*. Jyväskylän yliopisto. Viitattu 1.10-2015: <https://ktl.jyu.fi/pisa/ajankohtaista/t080814>
- Krashen, S. (1981). *Second Language Acquisition and Second Language Learning*. Oxford: Pergamon Institution of English. (Language Teaching Methodology Series)
- Kyttälä, M. (2008). *Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten kognitiivista profiilia*. Helsinki: Helsingin yliopisto
- Laine, T. (2015). *Yrityksiä edistää S2-oppijan suomen kielen oppimista*. Tampere: Tampereen yliopiston Normaalikoulu.
- Laufer, B. (1997). What's in a word that makes it hard or easy: some intralexical factors that affect the learning of words. Teoksessa: Schmitt, N. & McCarthy, M. (toim). *Vocabulary. Description and Pedagogy*. Cambridge: University Press. 140-155
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83.



- Martin, M. (1995). *The Map and the Rope. Finnish Nominal Inflection as a Learning Target*. Jyväskylä: University Printing House and Sisäsuomi Oy.
- Miller, K. & Paredes, D. (1996). On the Shoulders of Giants: Cultural Tools and Mathematical Development. Teoksessa: Sternberg & Ben-Zeev (toim). *The Nature of Mathematical Thinkg*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. 83-118.
- Mitchell, R. & Myles, F. (2004). *Second Language Learning Theories*. Oxford: University Press.
- Nagy, W. (1997). On the role of context in first- and second-language vocabulary learning. Teoksessa: Schmitt & McCarthy (toim). *Vocabulary. Description, Acquisition and Pedagogy*. Cambridge: University Press. 64-83.
- Nissilä, L. Martin, M. Vaarala, H. & Kuukka, I. (2006). *Saako olla suomea? Opas suomi toisena kielenä -opetukseen*. Saarijärvi: Opetushallitus.
- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22(2), 165-184.
- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. (2004) Opetushallitus
- Raiker, A. (2002). Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 32(1), 45-60.
- Rickart, C. (1996). Structuralism and Mathematical Thinking. Teoksessa: Sternberg & Ben-Zeev (toim). *The Nature of Mathematical Thinkg*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. 285-300.
- Saxe, G., Dawson, V., Fall, R. & Howard, S. (1996). Culture and Children's Mathematical Thinking. Teoksessa: Sternberg & Ben-Zeev (toim). *The Nature of Mathematical Thinkg*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. 119-144

- Silfverberg, H., Portaankorva-Koivisto, P. & Yrjänäinen, S. (2005). Matematiikka kielenä ja kielikasvatuksena. Teoksessa: Jalonen, Keranto & Kaila (toim). *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.-26.11.2004. Matemaattisten aineiden opettajan tietotaito - haaste vai mahdollisuus?* Oulu: University Press. 149-166.
- Sousa, D. A. (2011). *How the brain learns mathematics*. California: Corwin Press.
- Sternberg, R. (1996). What is Mathematical Thinking. Teoksessa: Sternberg & Ben-Zeev (toim). *The Nature of Mathematical Thinking*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. 303-318.
- Taipale. (2009). *Matematiikan, lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksien päällekkäistyminen nuoruusiässä*. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.
- Tang, Y., Zhang, W., Chen, K., Feng, S., Ji, Y., Shen, J., ... & Liu, Y. (2006). Arithmetic processing in the brain shaped by cultures. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103(28), 10775-10780.
- Thompson, D. R., & Rubenstein, R. N.. (2000). Learning Mathematics Vocabulary: Potential Pitfalls and Instructional Strategies. *The Mathematics Teacher*, 93(7), 568–574. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/27971502>
- Trbovich, P. L., & LeFevre, J. A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition*, 31(5), 738-745.
- White, L. (2001). *Suomen kielioppia ulkomaalaisille*. Helsinki: Oy Finn Lectura Ab. (1. painos 1993)
- Yrjönsuuri, R. (2004) Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa: Räsänen, Kupari, Ahonen & Malinen (toim.) *Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 111-122

